Chapitre 7 : La forme de la Terre

Objectifs :

- **Comprendre comment a évolué la vision des savants sur la forme de la Terre**
- **Comprendre et savoir appliquer des méthodes de mesures d'un méridien terrestre**

I. La forme de la Terre

a) Terre plate ou sphérique ?

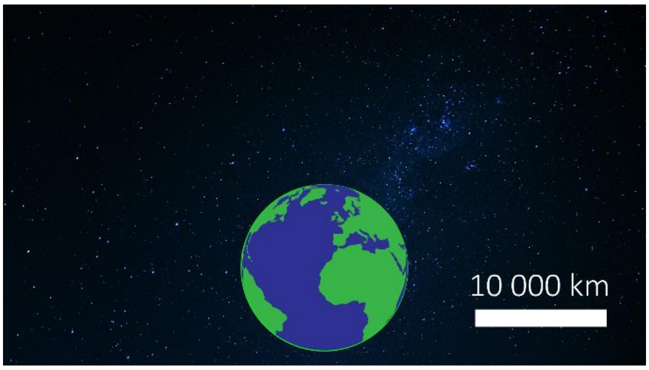
Doc.1 : Expliquer l'univers

C'est à la fin du VIIème siècle avant notre ère que naît la philosophie grecque. Les premiers philosophes, également mathématiciens, cherchent à expliquer la création de l'Univers de manière rationnelle, rompant ainsi avec une vision liée à l'intervention des dieux dans sa genèse.

En Ionie (actuelle Turquie), le philosophe et savant grec Thalès de Milet (625-547 av. J.C.) fonde son école après avoir été formé à l'astronomie en Égypte. On lui attribue l'idée d'une Terre en forme de disque flottant sur un océan infini.

Sur les côtes méridionales de la Grande-Grèce, le philosophe grec Pythagore (580-495 av. J.-C.) et les pythagoriciens interprètent l'Univers à l'aune des mathématiques, sciences des proportions et de l'harmonie.

Doc.2 : une histoire d'échelle



Animation vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=aFjTcsqbUxM

1. D'après l'animation de doc.2, lorsqu'on observe le monde qui nous entoure à échelle humaine, quelle est la forme de la Terre qui nous semble la plus adéquate ?
2. A quelle condition est-il possible de voir réellement la forme réelle de la Terre ?
3. Expliquer alors pourquoi, aux débuts de l'Antiquité, la première forme attribuée à la Terre était celle d'une Terre plate. Peut-on vraiment dire que les tenants de cette théorie avaient tords étant donné leurs observations ?

Malgré l'impossibilité pour les philosophes de l'époque d'observer l'entièreté de la Terre pour constater son caractère sphérique, d'autres arguments, plus indirects et parfois moins scientifiques, laissent tout de même à penser que la Terre, comme les autres astres du ciel, serait sphérique.

b) Des preuves indirectes de la sphéricité de la Terre

Doc.3 : l'évolution des représentations de la Terre

Pythagore et ses disciples imaginent la Terre sous la forme d'une sphère afin de répondre à une exigence de symétrie parfaite. En effet, ils observent la course des étoiles se déplaçant sur une demi-sphère cosmique ; et si le ciel est une sphère, la Terre doit l'être aussi.
Les représentations de la Terre ressemblent encore à une construction mystique plutôt qu'au modèle d'une théorie scientifique.
Mais l'Univers demeure expliqué en se fondant sur une base unique : l'eau pour l'école ionienne, les nombres pour l'école de Pythagore, et même l'idée du Bien pour l'Académie, l'école athénienne du philosophe grec Platon (428-348 av. J.-C.).
Il faudra attendre son disciple Aristote (384-322 av. J.-C.) qui, tout en conservant l'idée de rigueur insufflée par son maître, rompt avec cette vision purement philosophique, et place l'observation et la démonstration au cœur de sa réflexion.

Doc.4 : *Du Ciel*

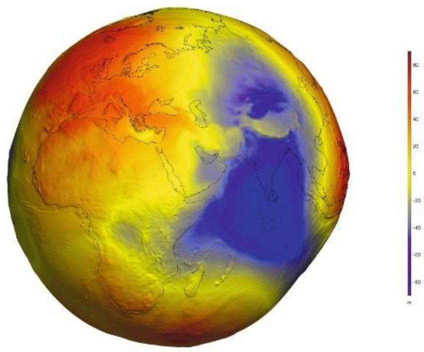
Dans le traité Du ciel (350 av. J.-C.), Aristote explique les raisons pour lesquelles la Terre est de forme sphérique.
« Dans les éclipses de Lune, la ligne qui limite l'ombre est toujours une ligne incurvée. Puisque l'éclipse est due à l'interposition de la Terre entre la Lune et le Soleil, c'est la forme de la surface de la Terre, sphérique, qui produit cette ligne courbe. De plus, la manière dont les astres nous apparaissent ne prouve pas seulement que la Terre est ronde, mais aussi que son étendue est assez petite. En effectuant un déplacement minime vers le Sud ou vers le Nord, nous voyons se modifier le cercle d'horizon ; les astres au-dessus de nous changent considérablement, et ce ne sont pas les mêmes qui brillent dans le ciel quand on va vers le Nord et quand on va vers le Sud. Certains astres visibles en Égypte ou vers Chypre sont invisibles dans les régions septentrionales (= qui appartiennent aux régions du Nord). Par ailleurs, les astres qui, dans les régions septentrionales sont visibles à tout instant, connaissent un coucher dans les pays cités plus haut. Tout cela ne montre pas seulement que la Terre est ronde, mais encore qu'elle a la forme d'une sphère de modeste dimension. »

Apparence de la Lune à différents instants d'une éclipse

4. Lister les arguments proposés par les philosophes de l'Antiquité en faveur d'une Terre de forme sphérique.

Doc.5 : La Terre change sans cesse de forme

« Répartition inégale des masses, épisode glaciaire ou réchauffement climatique modifient localement et au cours du temps la physionomie de notre planète.
Avec son rayon de 6 371 km, la Terre est globalement ronde. Car il faut compter sur la répartition inégale des masses, aussi bien en surface que dans les profondeurs de la croûte et du manteau. Les matériaux qui la composent sont plus ou moins denses, certaines parties du manteau sont plus épaisses que d'autres… autant de causes qui modifient localement le champ de gravité. Les mesures géodésiques réalisées ces dernières années montrent des bosses et des creux. La forme irrégulière de l'image est due aux effets de la gravité (les déformations ont été exagérées d'un facteur 100 000). »



Jacques-Olivier Baruch, « La Terre change sans cesse de forme », Sciences et avenir, 29/04/2017.

5. D’après le doc 5, peut-on considérer la Terre comme étant réellement sphérique ? En quoi se trouve-t-on dans la même situation que les philosophes antiques qui pensaient que la Terre était plate ? Pourquoi ne considère-t-on pas qu’on a tort lorsqu’on dit que la Terre est « sphérique » ?

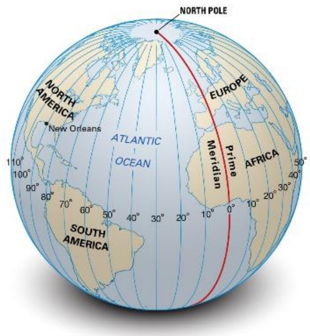
II. Mesure de la longueur d’un méridien terrestre

Connaître la forme de la Terre, à savoir approximativement sphérique, amène d’emblée une nouvelle question, qui est celle de sa taille. Nous allons nous demander ici comment, sans avoir à utiliser des moyens technologiques évolués, il est possible de mesurer la longueur d’un méridien terrestre.

Doc.6 : définition d’un méridien

Méridien : demi-cercle imaginaire à la surface terrestre qui passe par les 2 pôles du globe terrestre.

Sur le globe ci-contre ont été représentés par des lignes bleues différents méridiens à la surface de la Terre. Le méridien surligné en rouge est un méridien particulier appelé en France le **méridien de Greenwich**.



6. D’après le doc.6, y a-t-il une différence de distance entre les différents méridiens terrestres ?

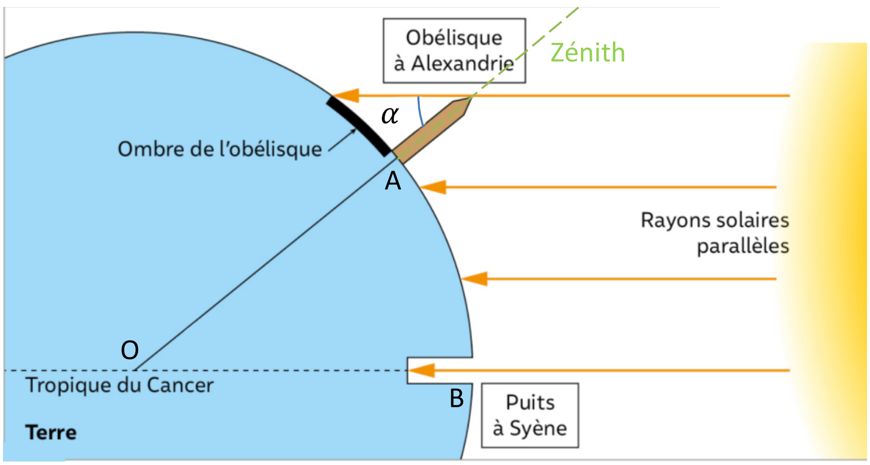
Demandons-nous maintenant comment mesurer la longueur d’un méridien de deux manières différentes.

1) Méthode d’Eratosthène

Doc.7 : les mesures d’Eratosthène

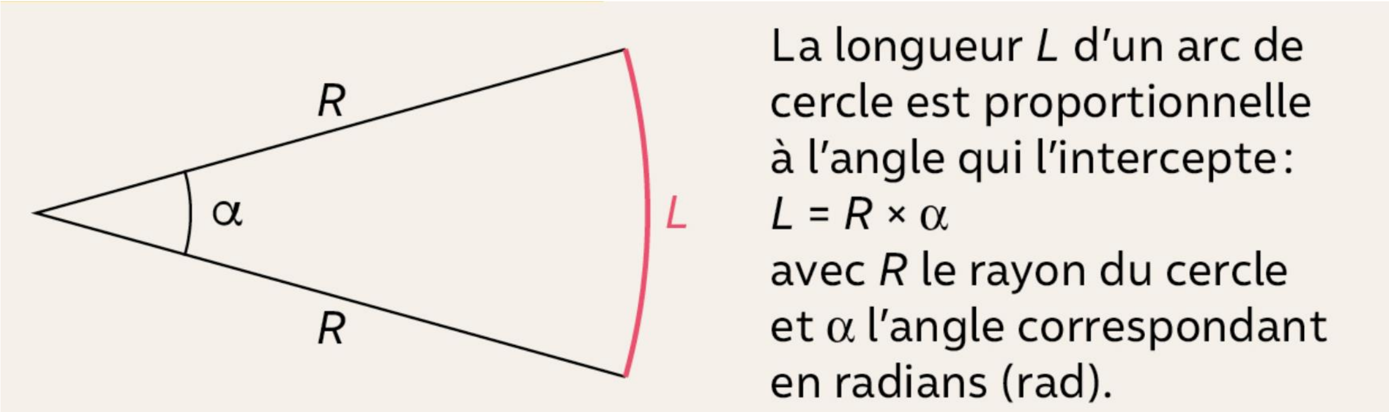
C’est à la bibliothèque d’Alexandrie qu’un papyrus a attiré l’attention d’Ératosthène. Il y a lu qu’à Syène, ville frontière au Sud, située près des premières chutes du Nil, à peu près sur le tropique du Cancer, le 21 juin à midi, il était possible d’observer la lumière du Soleil au fond d’un puit. Il se pose alors la question suivante : pourquoi au même moment, beaucoup plus au Nord, à Alexandrie, un bâton, lui, projette une ombre (le Soleil étant à peu près à 7,2° du zénith) ?
Il suppose que le Soleil est assez éloigné pour que ses rayons frappent la surface terrestre en faisceaux parallèles. Ératosthène ne trouve qu’une seule réponse à sa question : la surface de la Terre est courbe !
Ce constat lui a permis de faire le calcul du rayon de la Terre après avoir mesuré la distance qui séparait Syène d’Alexandrie. Une légende raconte qu’il aurait déterminé cette distance en comptant des pas réguliers de chameaux et que ces mêmes chameaux auraient parcouru 5 000 stades égyptiens. La longueur d’un stade est de 157,5 m.

Doc.8 : schématisation de l’expérience



7. D'après le doc.8, expliquer pourquoi à Syène le fond du puit est intégralement éclairé sans ombre, alors qu'à Alexandrie l'obélisque projette une ombre ?
8. Reproduire sur le schéma et surligner en rouge l'arc de cercle reliant les points A et B. Combien vaut cette distance en mètre ? On la notera dans la suite d.
9. Le doc.7 fait état d'un angle de 7.2° entre les rayons du Soleil et le zénith à Alexandrie. Identifier cet angle sur le schéma.
10. En appliquant la règle des angles alternes-internes, que pouvez-vous dire sur la valeur de l'angle $\widehat{AOB}$?
11. A quelle grandeur caractéristique de la Terre sont égales les valeurs OA et OB ? On notera cette grandeur R_T dans la suite.

Doc.9 : lien entre angle et distance dans un cercle



Pour convertir un angle de degré à radian il faut appliquer la relation suivante :

$$\alpha\ (en\ rad) = \alpha(en\ degré) \times \frac{\pi}{180}$$

12. Réécrire alors la relation qui lie l'angle α, la grandeur R_T et la distance d.
13. Calculer alors la valeur de R_T en mètre (ne pas oublier de convertir l'angle α en radian avant de l'utiliser dans la formule).

Nous venons d'aboutir à un résultat remarquable. En effet, à partir de mesures d'angles et d'une mesure de distance à la surface de la Terre, nous avons réussi à calculer le rayon de la Terre.

14. Imaginons maintenant que la distance L du doc.9 correspond à la longueur d'un méridien terrestre que l'on va noter $L_{méridien}$. Combien vaut alors α dans la relation ? Donner la valeur de α en degré, puis en radian.
15. Connaissant les valeurs de R_T et de α dans le cas d'un méridien terrestre, en déduire la longueur $L_{méridien}$.
16. Des mesures précises modernes effectuées à l'aide de satellites nous indiquent que la longueur réelle d'un méridien est d'environ 20 004 km. Est-ce cohérent avec la valeur obtenue à la question 15 ?

2) Méthode par triangulation

Lors de la Révolution française de 1789, il existe de nombreuses unités arbitraires de mesure de longueur basées sur le corps humain (la coudée, la toise, etc.) qui nuisent aux échanges commerciaux, mais aussi aux scientifiques. La toute nouvelle Assemblée constituante décide alors de définir une unité unique : le mètre.

Doc.10 : définir la valeur du mètre

Les représentants de la République naissante ont l'ambition de faire adopter le système métrique français à « tous les peuples » et donc de désigner un « objet » en lequel chaque homme puisse se reconnaître. Le choix se porte sur l'objet le plus fédérateur qui soit : la Terre. Le 26 mars 1791, l'Assemblée nationale constituante décrète : « l'unité de longueur sera la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre* ».
Cette définition, proposée par l'Académie des sciences, répond à l'exigence d'une unité de mesure issue de la Nature, invariable et indépendante des nations. C'est ainsi que politiques et scientifiques envisagent de déterminer la longueur exacte du méridien de Paris reliant Dunkerque à Barcelone.

Doc.11 : la triangulation plane

Delambre et Méchain mesurent avec précision la longueur d'une portion du méridien terrestre passant par Dunkerque, Paris et Barcelone, en toises, unité de l'époque. Ils partent chacun de Paris dans des directions opposées. C'est par une succession de mesures d'angles qu'ils parviennent à mesurer la distance Dunkerque-Barcelone puis ensuite l'arc du méridien entre ces deux villes. Leurs résultats donnent alors une valeur du mètre fixée à 0,513 074 toise. La technique utilisée est celle de la **triangulation plane**.

La méthode consiste à mesurer précisément une base AB. La base est alors l'origine d'une opération de triangulation. À partir des extrémités A et B de cette base, Delambre et Méchain visent un point C éloigné et mesurent les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$. Ils en déduisent la distance BC en utilisant les relations du triangle. Celle-ci constitue alors la base d'un nouveau triangle dont le sommet est D.

Doc.12 : les relations du triangle

1) Loi des sinus : les sinus des angles d'un triangle quelconque et les longueurs des côtés obéissent à une loi mathématique :

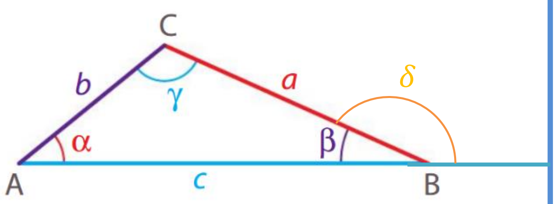
$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

2) La somme des angles d'un triangle est égale à 180° :

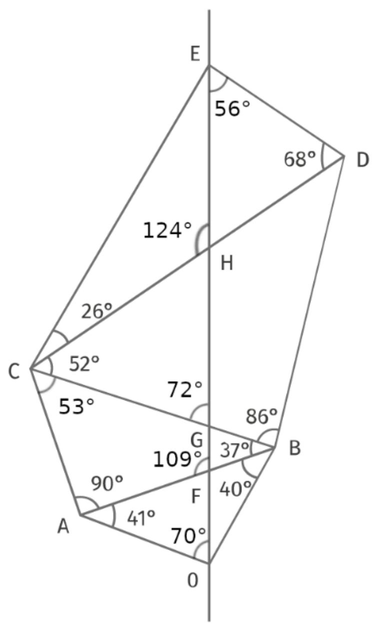
$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

3) La somme de deux angles supplémentaires vaut 180° :

$$\beta + \delta = 180°$$

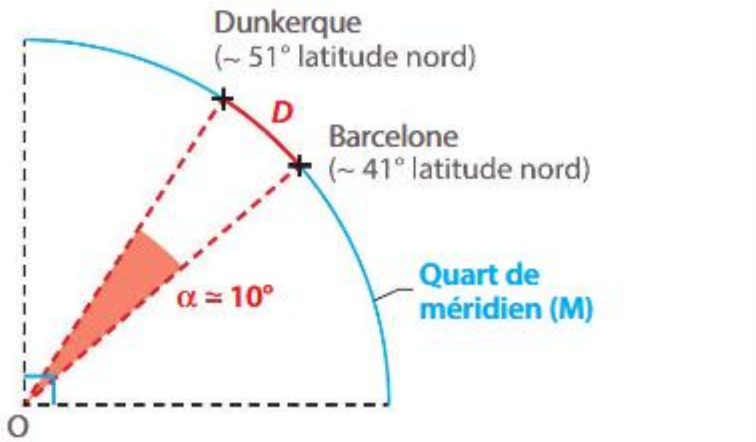


Pour comprendre comment Delambre et Méchain ont réalisé leurs mesures, nous allons effectuer leur travail sur une plus petite portion. L'objectif est ici de calculer la distance OE. Les mesures de certains angles ont déjà été réalisées.



17. Exprimer la longueur OE en fonction de des différents côtés des triangles présents.
(Par exemple, on peut écrire qu'ici la distance CD est égale à CH+HD).
18. En utilisant la 3ème loi du doc 12, calculer $\widehat{GFB}$.
19. En utilisant la 2ème loi du doc 12, calculer les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{CEH}$, $\widehat{CHG}$, $\widehat{AFO}$ et $\widehat{BGF}$.
20. Sur ce schéma la valeur de AB est connue et vaut 11 km. Utiliser alors la 1ère loi du doc 12 pour calculer OA puis OF.
21. De même calculer la longueur OB, puis BF, puis FG.
22. Répéter les opérations pour calculer les longueurs GH, puis HE en effectuant les calculs nécessaires.
23. En déduire la distance OE.

24. Sachant que Delambre et Méchain ont mesurer une distance de 551 475.4 toises, convertir cette distance en mètre.
25. En vous inspirant des questions 12 à 16 et à l'aide du schéma ci-dessous :



Calculer la longueur d'un méridien obtenue par Delambre et Méchain. Le résultat est-il cohérent avec la longueur réelle d'un méridien ($\simeq 20\ 004\ km$) ?